Elementare algebraische Geometrie: [MTH-2550]

Arbeitsblatt 6

Fragen oder Fehler, bitte an ilia.pirashvili@math.uni-augsburg.de. Kommentare können auch im Online-Notepad https://zumpad.zum.de/una-MTH-2550-7930-23 hinterlassen werden.
Die Aufgaben werden am (01/06) um 17:30 Uhr besprochen (Donnerstag).

Aufgabe 1. Seien $a = (0,0)$, $b = (1,1)$ Punkte und $L_a = x + y$, $L_b = 2x + y - 3$ Geraden.

i) Finde eine Koordinatentransformation $\mathbb{A}^2 \to \mathbb{A}^2$, welche den Punkt a auf b sendet und L_a auf L_b.

ii) Wohin wird $x^2 + y^2 - 1$ unter dieser Transformation abgebildet?

Aufgabe 2. Sei K algebraisch abgeschlossen und $I, J \subseteq K[x_1, \dots, x_n]$ Ideale. Seien $\sqrt{I}$ und $\sqrt{J}$ komaximal (relativ maximal). Beweise auf zwei verschiedene Arten, dass auch I und J relativ maximal sind.

Aufgabe 3. Zeige, dass zwei verschiedene maximale Ideale schon komaximal zueinander sind. Ferner zeige, dass dies für Primideale im Allgemeinen nicht gilt, auch wenn die Primideale nicht Null sind (bringe Gegenbeispiele).

Aufgabe 4 (*). Sei

$$KM_I := \{J \subseteq R \mid I + J = 1\}$$

die Menge der zu I komaximalen Ideale. Was für eine Struktur hat KM_I?
Die Frage ist recht offen gelassen, da es eher das kreative Denken anspornen soll. Hier kann man versuchen, einiges selber zu überlegen