Darstellungstheorie: [MTH-1483]

Ilia Pirashvili

Arbeitsblatt 6

Aufgaben 6

Aufgabe 1 (2 Punkte). Sein $\rho_V : G \to \mathrm{Gl}(V)$ und $\rho_W : G \to \mathrm{Gl}(W)$ isomorphe Darstellungen mit ρ_V irreduzibel. Beweise, dass ρ_W irreduzibel ist.

Lösung. □

Aufgabe 2 (2 Punkte). Beweise, dass aus Orthogonalität von komplexen Vektoren, lineare Unabhängigkeit (über $\mathbb{C}$) folgt.

Lösung. □

Aufgabe 3 (5 Punkte). Sei $Q = \langle x, y \| x^4 = 1, yx = x^3y,\ x^2 = y^2 \rangle$ die Gruppe der Quaternionen.

(i) Beweise, dass

$$\rho(x) = \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},\ \rho(y) = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ -i & 0 \end{pmatrix}$$

eine Darstellung ist.

(ii) Bestimme den Charakter dieser Darstellung.

Lösung. (i) Man muss überprüfen, dass die Matrizen alle Gleichungen erfüllen.
(ii) Nun muss man alle Spuren berechnen. Diese sind wie folgt:

□