Darstellungstheorie: [MTH-1483]

Ilia Pirashvili

Arbeitsblatt 6

Aufgaben 6

Aufgabe 1 (2 Punkte). Sein $\rho_V : G \to \mathrm{Gl}(V)$ und $\rho_W : G \to \mathrm{Gl}(W)$ isomorphe Darstellungen mit ρ_V irreduzibel. Beweise, dass ρ_W irreduzibel ist.

Aufgabe 2 (2 Punkte). Beweise, dass aus Orthogonalität von komplexen Vektoren, lineare Unabhängigkeit (über $\mathbb{C}$) folgt.

Aufgabe 3 (5 Punkte). Sei $Q = \langle x, y \| x^4 = 1, yx = x^3y,\ x^2 = y^2 \rangle$ die Gruppe der Quaternionen.

(i) Beweise, dass

$$\rho(x) = \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},\ \rho(y) = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ -i & 0 \end{pmatrix}$$

eine Darstellung ist.

(ii) Bestimme den Charakter dieser Darstellung.